

线性代数4——线性方程组及其解的结构

参考教材章节

- 1.1 线性方程组
- 1.2 行化简与阶梯形矩阵
- 1.3 向量方程
- 1.4 矩阵方程 $Ax = b$
- 1.5 线性方程组的解集

课后作业

1. 解下列方程组，并给出解集的几何解释

$$\begin{aligned}x_1 + 3x_2 - 5x_3 &= 4 \\x_1 + 4x_2 - 8x_3 &= 7 \\-3x_1 - 7x_2 + 9x_3 &= -6\end{aligned}$$

2. 证明定理：

- a. 设 p 是 $Ax = b$ 的解，即 $Ap = b$. 设 ν_h 为 $Ax = 0$ 的解， $w = p + \nu_h$ ，证明 w 是 $Ax = b$ 的解
- b. 设 w 是 $Ax = b$ 的任意解，定义 $\nu_h = w - p$ ，证明 ν_h 是 $Ax = 0$ 的解.

3. 构造一个 2×2 矩阵 A ，使方程 $Ax = 0$ 的解集是一条经过点 $(4, 1)$ 和原点的 R^2 中直线，随后在 R^2 中找一下向量 b 使 $Ax = b$ 的解集不是 R^2 中平行于 $Ax = 0$ 的解集的直线，为什么这于上一题中所要证明的定理没有矛盾

4. 设 A 是矩阵, y 是 R^2 中的一个向量, 且方程 $Ax = y$ 无解, 讨论是否存在 R^3 中的一个向量 z , 使得方程 $Ax = z$ 有唯一解?