微积分7——洛必达法则

洛必达法则的使用注意事项

首先，不管是$\frac{0}{0}$还是$\frac{\infty}{\infty}$的不定型，在$x \to 0, x \to a, x \to \infty$时都是可以使用洛必达法则的，其核心要义在于：

$$\lim_{x \to somepoint} \frac{h(x)}{g(x)} = \lim_{x \to somepoint} \frac{h'(x)}{g'(x)}$$

但是这个式子并不保证永远正确，当$\frac{h'(x)}{g'(x)}$的极限存在或者无穷大时（包括左右极限分别趋向正负无穷）洛必达法则是适用的，但当$\frac{h'(x)}{g'(x)}$的极限是跳跃的或者是振荡时，洛必达法则就不再适用，典型的例子就是$\lim_{x \to \infty} \frac{x+\sin x}{x}$，这个不定型的极限显然是存在的，但对其使用洛必达法则就会产生错误。所以洛必达法则到底能不能用，要先用了再说。

参考教材章节

- 3.2 洛必达法则

课后作业

1. 求下列极限

$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+x^2)}{\sec x - \cos x} \qquad \lim_{0} x^2 e^{1/x^2} \qquad \lim_{x \to 0^+} x^{\sin x}$$

2. 验证极限$\lim_{x \to 0} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\sin x}$存在，但不能用洛必达法则的出

3. 讨论函数

$$f(x)=\begin{cases}[\frac{(1+x)^{\frac{1}{x}}}{e}]^{\frac{1}{x}} & x>0\\ e^{-\frac{1}{2}} & x\leq 0\end{cases}$$

在$x=0$处的连续性