微积分32——极坐标下的重积分

极坐标下的重积分公式

r型区域

当连续函数$z=f(x,y)$的积分区域可用极坐标表示为

$$D=\{(r,\theta)|\alpha\le\theta\le\beta,h_1(\theta)\le r\le h_2(\theta)\}$$

时候，则有

$$\iint_D f(x,y)dA=\int_\alpha^\beta\int_{h1(\theta)}^{h_2(\theta)}f(r\cos\theta,\sin\theta)rdrd\theta$$

θ型区域

当连续函数$z=f(x,y)$的积分区域可用极坐标表示为

$$D=\{(r,\theta)|h_1(r)\le\theta\le h_2(r),a\le r\le b\}$$

时候，则有

$$\iint_D f(x,y)dA=\int_{h_1(r)}^{h_2(r)}\int_a^b f(r\cos\theta,\sin\theta)rdrd\theta$$

参考教材章节

- 《Calculus》 15.3 Double Intergrals in Polar Coordinates

课后作业

1. 求出圆锥体$z=1-x^2-y^2$与平面$z=0$围成的几何体体积。

2. 求出由函数$r=\cos 2\theta$确定的图形的面积.

3. 求出平面x_oy，圆柱体$x^2+y^2=2x$，抛物面$z=x^2+y^2$所围合的几何体体积。