微积分14——定积分2:微积分基本原理

积分上限函数的求导

积分上限函数求导的一般形式：

$$\Phi(x)=\int_a^x f(t)dt, \text{则}\Phi'(x)=f(x)$$

积分上限函数求导的变体1：

$$\Phi(x)=\int_a^{g(x)} f(t)dt，\text{则}\Phi'(x)=f'[g(x)]g'(x)$$

积分上限函数求导的变体2：

$$\Phi(x)=\int_{h(x)}^{g(x)} f(t)dt=\int_a^{g(x)} f(t)dt-\int_a^{h(x)} f(t)dt, \text{则}\Phi'(x)=f'[g(x)]g'(x)-f'[h(x)]h'(x)$$

微积分基本定理

$$\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a)$$

参考教材章节

- 5.2 微积分基本公式

课后作业

1. 求下列函数的导数

$$(1). \frac{d}{dx}\int_0^{x^2}\sqrt{1+t^2}dt \qquad (2). \frac{d}{dx}\int_{x^2}^{x^3}\frac{dt}{\sqrt{1+t^4}}$$
$$(3). \frac{d}{dx}\int_{\sin x}^{\cos x}\cos(\pi t^2)dt$$

2. 证明$f(x)=\int_1^x\sqrt{1+t^3}dt$在 $[-1,+\infty)$上是单调递增函数,并求 $(f^{-1})'(0)$

3. 计算下列定积分

$$(1).\int_0^{\sqrt{3}a}\frac{dx}{a^2+x^2}\qquad (2).\int_{-e-1}^{2}\frac{dx}{x+1}$$

$$(3).\int_0^{2\pi}|\sin x|dx$$